Übungen zur Geometrie
(SoSe 2002)

Blatt 7

Aufgabe 19 (4 Punkte) Es sei $C \subset \mathbb{R}^2$ die algebraische Kurve mit der Gleichung

$$(x^2 + y^2 - 3)^2 - 8x - 12 = 0.$$

Zeigen Sie, dass C die Parametrisierung $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$,

$$\gamma(t) = (2(1 + \cos t)\cos t - 1, 2(1 + \cos t)\sin t)$$

besitzt. (Die Kardioide ist also eine algebraische Kurve.)

Aufgabe 20 (4 Punkte) Es sei $r :]a, b[\to \mathbb{R}$ eine positive, beliebig oft differenzierbare Funktion. Ferner sei $C \subset \mathbb{R}^3$ die ebene Kurve

$$C := \{(r(z), 0, z) \mid z \in]a, b[\}.$$

Es bezeichne $S \subset \mathbb{R}^3$ die Menge, die durch Drehung von C um die z-Achse überstrichen wird.

(a) Was ergibt sich für S, wenn r eine konstante Funktion ist?

(b) Zeigen Sie, dass S immer eine glatte Fläche ist.

Aufgabe 21 (4 Punkte) Es seien $a > r > 0$ reelle Zahlen. Die Menge $T \subset \mathbb{R}^3$ der Nullstellen von

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - a)^2 + z^2 - r^2 = 0$$

wird *Torus* genannt. Skizzieren Sie T, und zeigen Sie, dass T eine glatte Fläche ist.

Abgabe: Montag, 3.6.2002, 14.00 Uhr im grünen Kasten 129 auf der Ebene D1.

Wichtig: Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer angeben!