

Examples 2.4: Matrix arithmetic

Addition is done entry-wise:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+7 & 2+8 & 3+9 \\ 4+10 & 5+11 & 6+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix}$$

To add matrices, they must be the same size:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix} = \text{**nonsense; undefined**}$$

You can subtract matrices entry-wise too:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-7 & 2-8 & 3-9 \\ 4-10 & 5-11 & 6-12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -6 & -6 \\ -6 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

You can multiply a matrix by a number, again entry-wise:

$$7 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \cdot 1 & 7 \cdot 2 & 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 & 7 \cdot 5 & 7 \cdot 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 14 & 21 \\ 28 & 35 & 30 \end{bmatrix}$$

You can flip a matrix over (“transpose”):

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Examples 2.5: Matrix products

Matrix multiplication is more complicated. Rows of the left matrix multiply against columns of the right matrix to give a single entry (per left row and right column) of the product matrix.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 \\ 4 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 + 16 + 27 \\ 28 + 40 + 54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 122 \end{bmatrix}$$

Another example:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 7 + 2 \cdot 11 & 1 \cdot 8 + 2 \cdot 12 & 1 \cdot 9 + 2 \cdot 13 & 1 \cdot 10 + 2 \cdot 14 \\ 3 \cdot 7 + 4 \cdot 11 & 3 \cdot 8 + 4 \cdot 12 & 3 \cdot 9 + 4 \cdot 13 & 3 \cdot 10 + 4 \cdot 14 \\ 5 \cdot 7 + 6 \cdot 11 & 5 \cdot 8 + 6 \cdot 12 & 5 \cdot 9 + 6 \cdot 13 & 5 \cdot 10 + 6 \cdot 14 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 7 + 22 & 8 + 24 & 9 + 26 & 10 + 28 \\ 21 + 44 & 24 + 48 & 27 + 52 & 30 + 56 \\ 35 + 66 & 40 + 72 & 45 + 78 & 50 + 84 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 32 & 35 & 38 \\ 65 & 72 & 79 & 86 \\ 101 & 112 & 123 & 134 \end{bmatrix}$$

Name: _____

MA162

Section: _____

Date: 2010-02-09

Quiz on 2.4 (and 2.5): Matrix arithmetic

Complete the following matrix arithmetic problems:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ 8 & -8 \\ 9 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 3 \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Name: _____

MA162

Section: _____

Date: 2010-02-09

Activity 2.4: Matrix arithmetic

After this activity, you should attempt HWB1#4

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 9 & -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + 2 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

Activity 2.5: Matrix products

After this activity, you should attempt HWB1 #s 1,10,11, and then #s 2,6,8,12

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 17 & 23 & 47 \\ 19 & 73 & 61 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$