Übungen zur Algebraischen Geometrie (SoSe 2001)

Blatt 10

Aufgabe 31 (4 Punkte) Es sei M ein graduierter A-Modul. Beweisen Sie:
(a) Sind N_1 und N_2 graduierte Untermoduln von M, so sind auch $N_1 \cap N_2$ und $N_1 + N_2$ graduierte Untermoduln von M.
(b) Ist N ein graduierter Untermodul von M, so ist der Annullator $\operatorname{Ann}_A N$ ein homogenes Ideal von A.

Aufgabe 32 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} = (f_1, \dots, f_c)$ ein Ideal von $K[x_0, \dots, x_n]$ der Höhe c, wobei die Erzeugenden f_i homogen seien. Zeigen Sie, dass alle minimalen Primteiler von $\mathfrak{a}$ die Höhe c haben.

Aufgabe 33 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} \subset K[x_0, \dots, x_n] =: R$ ein monomiales Ideal, und es sei $f := \sum_{i=1}^{s} \lambda_i p_i \in R$ ein Polynom mit paarweise verschiedenen Monomen $p_1, \dots, p_s$ und $\lambda_i \in K$. Beweisen Sie: Es ist $f \in \mathfrak{a}$ genau dann, wenn alle p_i in $\mathfrak{a}$ liegen.

Aufgabe 34 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} \subset K[x_0, \dots, x_n] =: R$ ein monomiales Ideal. Zeigen Sie, dass $\mathfrak{a}$ ein Primärideal ist genau dann, wenn $\mathfrak{a} = (x_{i_1}^{e_1}, \dots, x_{i_k}^{e_k}, p_1, \dots, p_s)$ mit $i_1, \dots, i_k \in \{0, \dots, n\}$ und Monomen $p_1, \dots, p_s \in K[x_{i_1}, \dots, x_{i_k}]$.

Abgabe: Freitag, 29.6.2001, 11.00 Uhr im grünen Kasten 129 auf der Ebene D1.

Wichtig: Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer angeben!