Übungen zur Algebraischen Geometrie (SoSe 2001)

Blatt 11

Aufgabe 35 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} \subset K[x_0, \dots, x_n]$ ein vollständiger Durchschnitt vom Typ $(d_1, \dots, d_c)$, d.h., es ist $\mathfrak{a} = (f_1, \dots, f_c)$ mit homogenen f_i vom Grad d_i. Zeigen Sie

$$\deg \mathfrak{a} = d_1 \cdot \ldots \cdot d_c.$$

Aufgabe 36 (6 Punkte) Es sei

$$M' \xrightarrow{\varphi} M \xrightarrow{\psi} M'' \to 0$$

eine exakte Sequenz von R-Moduln. Zeigen Sie für jedes Ideal $\mathfrak{a} \subset R$, dass

$$M'/\mathfrak{a}M' \xrightarrow{\overline{\varphi}} M/\mathfrak{a}M \xrightarrow{\overline{\psi}} M''/\mathfrak{a}M'' \to 0$$

eine exakte Sequenz von $R/\mathfrak{a}R$-Moduln ist. Ist $\overline{\varphi}$ immer injektiv, falls φ injektiv ist?

Aufgabe 37 (8 Punkte) Es seien $R = K[x_0, \dots, x_3]$ und $S = K[s, t]$ Polynomringe über dem Körper K. Es sei $\varphi : R \to S$ der durch $x_0 \mapsto s^4, x_1 \mapsto s^3t, x_2 \mapsto st^3, x_3 \mapsto t^4$ definierte Einsetzungshomomorphismus.
(a) Man zeige, daß $\mathfrak{p} := \ker \varphi$ ein homogenes Primideal von R ist und bestimme sein Hilbertpolynom.
(b) Man beweise

$$(x_0x_3 - x_1x_2, x_0^2x_2 - x_1^3, x_0x_2^2 - x_1^2x_3, x_1x_3^2 - x_2^3) \subset \mathfrak{p}.$$

Gilt sogar Gleichheit?

Abgabe: Freitag, 6.7.2001, 11.00 Uhr im grünen Kasten 129 auf der Ebene D1.

Wichtig: Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer angeben!