Übungen zur Algebraischen Geometrie (SoSe 2001)

Blatt 7

Aufgabe 19 (4 Punkte) Ein k-*minor* einer Matrix $A \in R^{p,q}$ ist die Determinante einer $k \times k$-Matrix, die aus A durch Streichen von $p-k$ Zeilen und $q-k$ Spalten entsteht. Zeigen Sie: Ist $R = K$ ein Körper, so ist der Rang von A die größte ganze Zahl k, so dass es einen von null verschiedenen k-Minor von A gibt.

Aufgabe 20 (4 Punkte) Es sei $A \in R^{p,q}$ eien Matrix über dem Ring R, und es bezeichne $I_k(A)$ das Ideal von R, das von allen k-Minoren von A erzeugt wird. Beweisen Sie, dann dann gilt: $I_k(A) \subset \operatorname{Ann}_R(\operatorname{coker} A)$.

Aufgabe 21 (2 Punkte) Es sei M ein Modul über dem noetherschen Ring R. Für $r \in R$ bezeichne $\varphi_r : M \to M,\ m \mapsto rm$, die Multiplikation mit r. Zeigen Sie: φ_r ist injektiv genau dann, wenn r in keinem assoziierten Primideal von M enthalten ist.

Aufgabe 22 (4 Punkte) Es sei $R = K[X,Y,Z]$ ein Polynomring über dem Körper K. Es sei $f := XY - Z^2$ und $\pi : R \to \overline{R} = R/fR$ der kanonische Epimorphismus. Man zeige, daß $\mathfrak{p} := (X,Z)$ ein Primideal von R und $\overline{\mathfrak{p}} := \pi(\mathfrak{p})$ ein Primideal von $\overline{R}$ ist. Dann beweise man, daß $\overline{\mathfrak{p}}^2$ kein Primärideal ist.

Abgabe: Freitag, 8.6.2001, 11.00 Uhr im grünen Kasten 129 auf der Ebene D1.

Wichtig: Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer angeben!