Übungen zur Algebraischen Geometrie (SoSe 2001)

Blatt 9

Aufgabe 27 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} \in R := K[x_0, \ldots, x_n]$ ein homogenes Ideal mit $\dim R/\mathfrak{a} > 0$ und der reduzierten Primärzerlegung

$$\mathfrak{a} = \mathfrak{q}_1 \cap \ldots \cap \mathfrak{q}_s.$$

Die Primärkomponenten seien so nummeriert, dass für ein $t \leq s$ gilt $\dim R/\mathfrak{q}_i = \dim R/\mathfrak{a}$ genau dann, wenn $1 \leq i \leq t$. Zeigen sie, dass

$$\deg \mathfrak{a} = \deg \mathfrak{q}_1 + \ldots + \deg \mathfrak{q}_t.$$

Aufgabe 28 (4 Punkte) Es sei $\mathfrak{a} := (xy, xz, yz, yw) \subset K[x, y, z, w]$. Berechnen Sie die Höhe und den Grad von $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a} : (x + y)$.

Aufgabe 29 (2 Punkte) Es seien $\mathfrak{q}, \mathfrak{q}$ verschiedene Primideale des Ringes R mit $\mathfrak{p} \subset \mathfrak{q}$. Zeigen Sie, dass daraus $\dim R/\mathfrak{p} > \dim R/\mathfrak{q}$ folgt.

Aufgabe 30 (4 Punkte) Es sei M ein endlich erzeugter Modul über dem noetherschen, lokalen Ring $(R, \mathfrak{m})$ endlicher Dimension. Ferner sei $a \in \mathfrak{m}$ ein Element, das in keinem isolierten Primideal von M enthalten ist. Beweisen Sie, dass dann gilt:

$$\dim M/aM = \dim M - 1.$$

Abgabe: Freitag, 22.6.2001, 11.00 Uhr im grünen Kasten 129 auf der Ebene D1.

Wichtig: Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer angeben!